

# 小中接続の視点から見た図形の包摂関係の取り扱い

—— 過去の取り扱い方の変化から示唆される論点 ——

小 泉 健 輔

(受理日 2014年9月30日, 受稿日 2014年12月18日)

## Teaching Inclusion Relations between Geometric Figures from the Viewpoint from Elementary to Secondary School Mathematics

Kensuke KOIZUMI

(Received Sept. 30, 2014, Accepted Dec. 18, 2014)

### 1. 研究の意図

近年、様々な観点から、小中接続の重要性が強調されてきている。教科教育の立場から小中の接続を考えると、実践的な立場からの研究と同時に、取り扱うべき教科内容自体に検討を加える立場からの研究についても同時並行で進め、両者を両輪として機能させる必要があると言えるだろう。

算数・数学科の教科内容を考えると、小学校での学習と中学校での学習の間に児童生徒が隔たりを感じ、学習に困難が生じる場合が数多く生じている。今後は、学びの連続性の観点から、学習者にとっての視点をこれまで以上に重視して、個々の教科内容レベルでそれがいかに持続的に実現され得るかを丹念に捉えていくことがより一層求められる。

しかしながら、ある特定の教科内容に焦点を当てたとき、各々の発達段階において、その場で知識の定着を図るための方策については数多く提案されるものの、一方で、一体何を

大切にしてその内容を取り扱っていけばよいのか、その内容に関する学びの全体像をどのように捉えるのか、といった、全体を貫く哲学とも言うべき部分に関する議論が不足している場合が見受けられる。

本稿での課題意識は、小学校から中学校にかけての図形の包摂関係に関わる学習指導の枠組みの構築にある。

基本図形<sup>1)</sup>の概念という観点からは、中学校での指導において図形間の関係が包摂関係としてまとめられ、これをもって一旦の整理がなされることとなる。しかしながら、それを小と中とで取り扱っている内容のつながり、学びの連続性という観点から捉えると、その取り扱い方が明確でない部分が多いという現状がある。例えば中原(1995)は、「改訂のたびごとに指導する学年、その内容ともに大きく変化してきており、しかもこれらが明確な原理のないままに変えられているところに問題がある。このことは、相互関係の指導がいわば手探りの状態にあることを示すものである。」と述べている。今日にお

いてもなお、その状況は続いているものと言える。現状として、小・中どちらの立場から見ても、取り扱い方が難しい題材の1つである。

本稿では、図形の包摂関係の指導原理に関する枠組みを構築する意図から、その基礎的な考察として、小中接続を視点として、今後求められる研究の方向性を明らかにすることを目的とする。

研究方法としては、過去の我が国の指導において図形の包摂関係の取り扱い方に大きく変化があった時期のカリキュラムと現行のカリキュラムとを対比しながら、指導上の立場の異同と内容面での異同を考察することに手がかりを求めることとする。

本稿で取り上げる歴史上の時期には、図形の包摂関係をそもそも取り扱うべきかどうか、といったように、根本的な見直しにまで踏み込んで活発な議論が行われていた。その経緯を追うことにより、今日における指導の全体像を再考する上で有益な視点が得られると考える。

## 2. 小中接続を考える視点

平成20年1月の中央教育審議会答申における算数・数学科の改善の基本方針には、以下のような記述がある。

《数量や図形に関する基礎的・基本的な知識・技能の確実な定着を図る観点から、算数・数学の内容の系統性を重視しつつ、学年間や学校段階間で内容の一部を重複させて、発達や学年の段階に応じた反復(スパイラル)による教育課程を編成できるようにする。》(下線は筆者による)

その結果、学習指導要領にもスパイラルによ

るカリキュラム編成が色濃く表現されるようになり、ある内容の一部を前もって学習する、といった取り扱いが数多く見られるようになった。

また、スパイラルを考える上で、算数・数学の教科としての特性として「内容の系統性」と「学習の連続性」が明確である、という利点が挙げられており、これらの点を十分に生かしながら学習の流れをつくっていくことが肝要である。

一方で、スパイラルによるカリキュラムの編成を捉えるときに留意すべき点についても、ここで検討しておきたい。

山口(2008)は、「反復」と「スパイラル=螺旋」との間には意味合いの違いがある点を指摘している。すなわち、「反復」には同じことをくり返し学習するという語感が伴うのに対して、スパイラルには「螺旋」という意味もあり、指導内容をなだらかに発展させることも含まれているという点を強調している。また両角(2011)も、スパイラルを重視した数学的活動の観点から、学んだことがらとこれから学ぼうとすることがらとを繰り返して関連づけながら、学んだことがらに対して新たな意味を形成したり、さらなる数学的な洞察を行ったりする数学的活動の重要性について述べている。

これらの議論をもとにしながら、算数・数学教育の立場から小中接続を考えるときの視点として、以下の3点を指摘する。

第一に、基礎的・基本的な知識・技能の確実な定着ばかりが論点に位置付くのではなく、学習の深化を促す視点も同時に考える必要がある、という点がある。すなわち、知識の定着の視点から内容をいかに配置するか、といった議論ばかりに終始してはならず、「学習の連続性」

の視点の中に、学習者にとっての思考の流れや問いの流れ、といった視点も含めて考えていく必要がある。

第二に、学習内容の一部を先行して取り扱うことをいかに捉えるか、という点が挙げられる。なぜならば、これから先の学習を見据えて、その学習をいかに円滑に進めるか、という視点に終始してしまうと、そのときの児童・生徒にとっては、スパイラルの名のもとに無味乾燥の知識を暗記するだけになりかねないからである。常に、「なぜ今これを学習しているのか」という学習の意義を明確にして学習に向かえるような流れを考えていく必要がある。

第三に、算数・数学科の学習指導においては、小学校と中学校との間で、同じ題材について扱っていても要求される見方・考え方が大きく異なることが多い、という点がある。しかし言い換えれば、その分かれ目にこそ、知識の質的成長があることにもなる。そこで小学校で素地として何を育てるか、また中学校ではそれを受けてどのように高めるか、さらにはそこに学習者の視点をいかに織り込むか、といった多面的な考察が必要とされる。

本稿ではこれらの視点をベースとして、現状、小と中とで取り扱い方が明らかに異なる、図形間の関係の取り扱い方に焦点を当てて考察を行うことにより、長期的な学習の組み方、教材の取り扱い方を捉えるための視点とする。

### 3. 図形の包摂関係の指導に関わる基礎的検討

図形の包摂関係の指導について論じる上で、まず、基本図形を規定するには、本来その定義の仕方が大きく2通りあることを示す必要がある。

まずその点に言及した上で、それを踏まえて現在の指導の概要について述べることにしたい。

#### 3.1 基本図形の2通りの定義

基本図形を定義しようとするとき、包摂的に規定するか、排他的に規定するかという観点から、大きく以下の2通りの定義の仕方が存在することが知られている。

##### 3.1.1 包摂的に定義した場合

現行においては、以下のように、基本図形を包摂的に（包摂関係が生じるように）定義することによって指導がなされている。

表1 基本図形を包摂的に定義した場合

基本図形	定義
正方形	四つの辺の長さが等しく、四つの角が直角である四角形
長方形	四つの角が直角である四角形
平行四辺形	向かい合った二組の辺が平行な四角形
ひし形	四つの辺の長さが等しい四角形

このように規定することによって、図1に表現されるように、図形間に包摂関係が生じる。

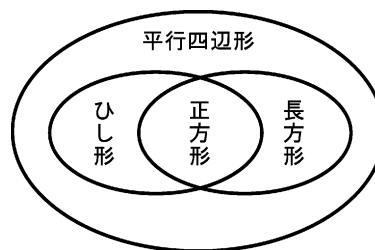


図1 包摂的に定義した場合の図表示

##### 3.1.2 排他的に定義した場合

一方で、例えば現在の幾何学の基盤となっているユークリッドの『原論』に記述されている定義にしたがえば、図形間は排他的な関係とし

て規定されており、包摂関係は生じない。

以下に、『原論』（訳：中村，1996）に記された定義について示す。ただ、中村（1996）には現代とは少し異なる文章表現も用いられているため、ここでは、意味を保ったまま多少の文章表現を変えて以下に示すことにする。

表2 基本図形を排他的に定義した場合

基本図形	定義
正方形	等辺でかつ角が直角の四角形
長方形 (矩形)	角が直角で、等辺でない四角形
平行四辺形 (長斜方形)	対辺と対角が等しいが、等辺でなく角が直角でない四角形
ひし形	等辺で、角が直角でない四角形



図2 排他的に定義した場合の図表示

すなわち、『原論』においては図形を排他的に規定しながら、その定義のもとで幾何の世界をつくっていた事実を示しているのである。

ただ、『原論』においては、一般の四角形と基本図形との関係等については詳しい言及がない。すなわち、これらの基本図形が「四角形」という集合の中にも含まれない関係と考えるのかどうか、といった点に曖昧さは残るが、本稿においてはその点についての深入りは避け、上に掲げた基本図形間の関係のみに絞って考察することとしたい。

### 3.2 現在行われている図形の包摂関係の指導の概要

図形の包摂関係に関わって、現在組まれている指導の概要について整理する。

まず、小学校段階においては、3.1.1で述べたような定義によって各図形が導入される。ただ、包摂関係に対する言及があるのは、中学校2年生における学習のときである。

したがって、以下のような流れのもとで指導が行われていることになる。当初児童の図形に対する捉え方としては、排他的に捉えていることが知られている。すなわち、むしろ図2のような捉え方に近く、包摂関係についての意識はない。ただ、後になって包摂的に解釈が可能ないように、この段階から予め包摂関係を持つように（図1のように）定義はしておく。そして、中学校になってから図形に対する捉え方を変えることによって、包摂関係として捉えていく、という流れである。

## 4. 過去の取り扱い方の変化

現行の指導への示唆を得るために本稿では、数学教育全体を通して非常に大きく変化があった以下の3つの時期<sup>2)</sup>に焦点を当てて、図形の包摂関係に関わる内容の取り扱い方の変化について考察を行う。これにより、上述したような現行の指導の流れを相対的に捉えるための視点を得たい。

- ・「生活単元学習期」（昭和22～32年）
- ・「系統学習期」（昭和33～42年）
- ・「数学教育現代化期」（昭和43～51年）

まずは、各々の時期における代表的な文献をもとにして各時期に行われていた指導の特徴について、順に明らかにする。そして、3つの時期での取り扱い方の変化について考察する。

なお、引用文中の下線、並びに①～⑥の表記については、いずれも筆者によるものである。

#### 4.1 「生活単元学習期」

「生活単元学習期」の学習指導の持つ特徴について、蒔苗(2012)の指摘をもとにまとめる。

蒔苗(2012)は、当時の教科書では数学の視点から生活を見ることによって、対象としている数学の概念規定を行っているにとらえられる、という全体的な特徴を述べた上で、定義をする行為の位置付けについて以下のように述べている。

まず、生活の事象を数学の視点からとらえる。

そして、この分析や構成の活動を通して、概念形成をしていく。最後に、学習した内容に対して、数学の名称が与えられ、定義がされる。

そして、学習者が自ら数学を創造していくことを目的としたとき、生活単元学習時代の展開がそれを体現しているのものであるとして、現在の方法との対比をしながらその価値を強調している。蒔苗(2012)の主張をまとめると以下のようなになる。すなわち、現在では、漠然と身の回りの形に見られる図形に名称を与え、この後で性質や構成要素を取り上げるようにして指導が行われている。こういった場合にも、分析や構成を通して概念規定をしていくことには変わりはないものの、この展開では、与えられた数学に対して理解していく、深めていくことが学習の中心になる。しかしながら、定義をする行為を上記のように位置付けることによって、数学をつくるという行為が表れているというのである。

「生活単元学習期」における取り扱いについ

ては、ともに当時の教育課程編成の中心人物であった鍋島・戸田(1957)の指摘をもとにして、小学校段階での指導を中心として、その特徴を明らかにする。

##### 4.1.1 鍋島信太郎、戸田清の考え

鍋島・戸田(1957)は、指導の理念として児童にとっての問題意識を大切にしており、図形指導においても、以下のように児童にとっての必要性の視点を根幹において考えていることが伝わってくる。

児童は論理的な定義の必要を感じないし、また実際この段階では厳密な定義の必要がないわけである。要は、長方形を他の図形から正確に弁別し得ること (①) であり、換言すれば、「長方形をかけ」といわれたときこれをかき得ることである。

また、図形の包摂関係の取り扱いについても、その重要性は認める一方で、小学校段階の児童に対しては示さないような取り扱いをするべきであるといったような見解を示し、以下のように述べている。

長方形と正方形を比較して、その異同について考え、その関係を理解することは、忘れてならぬ一つの仕事である。

(中略)

ここで注意したいことは、「正方形は長方形の特別なもので、正方形も亦長方形である。従って長方形に存在する性質は、勿論正方形にも存在する」ということに、小学校でふれることの可否についてである。それは数学の性格上からは勿論、数学教育上からも軽視してならぬ一つのポイントであることは疑いないが、それは中学校以上の生徒に対して云い

得ることであり、小学校では程度高きにすぎると思われる。小学校では、正方形と長方形は一応異なる図形として扱うのが妥当であろう。(2)

すなわち、児童に長方形と正方形の包摂関係について示すことは混乱を引き起こすことにつながるため、避けるべきであると考えられているのである。長方形と正方形を暫定的に異なる図形としての扱いをするような指導が意図的になされ、基本図形の定義自体も排他的に規定していたことになる。

なお、鍋島と戸田の指摘は全て小学校段階に対する言及である。一方で、中学校段階においては、少なくとも教科書を分析する限りは小学校段階の指導が生かされていない展開になっていることが指摘されており(拙稿, 2014)、そこに大きな課題が存在する。

#### 4.2 「系統学習期」

終戦以降行われてきた生活単元学習は、計算力や学力の低下をもたらしている元凶とされ、方針転換を余儀なくされた(長崎, 1999)。昭和36年度から新しい指導要領が実施されるようになり、数学の出来上がった体系の論理的系統を重視した系統学習へと移行していった。この学習指導要領の改訂は、「基礎学力の向上」や「科学技術教育の振興」などを基本方針とし、その実現のために、「内容の充実と整備、知識技能の習熟と活用、内容の系統性と指導の能率化」をおもなねらいとして行われた(戸田・和田, 1961)。

このような背景のもと、筋道立てて考えていく能力を養うために、「特殊・一般の関係について理解を深める」ことが重視されるようになった。その具体化された題材として、図形概念の

特殊・一般の関係を明らかにすることに光が当たったようになったと考えられる。

以下では、戸田・和田(1961)の考えをもとにして、当時の意図について考察する。

##### 4.2.1. 戸田清、和田義信の考え

戸田・和田(1961)の以下の記述から、図形の包摂関係の指導が、当時においていかに重要視され始めたかが見て取れる。

より進んだ数学的な考え方や処理のしかたを見つけだすためには、図形概念の特殊・一般の関係を明らかにすることは極めて重要なことである。正方形が長方形の特殊なものであったり、立方体が直方体の特殊なものであることを理解することなしに、すじ道の通った思考や処理ができないことは明らかである。

また以下のように、取り扱い方の方針についても具体的に述べられている。

低学年の場合、長方形と正方形は区別され、弁別される。さらに学年が進み、図形をその要素や辺や角に着目して捉えるようになると、図形相互の関連はより明らかとなり、長方形の等角性が正方形のなかに保持されていることを知り、そこに正方形は長方形の特殊として位置づいてくる。(3)

この論理関係の一般的把握は小学校においてはなかなか困難であるが、指導いかんによって、意識させうるものとする。一般的、原理的に取り扱うのではなくて、どこまでも図形を類別したり、作図したりする操作を通して、意識化され内面化されるように指導されなければなるまい。(4)

そして、小学校から中学校にかけての取り扱

い方についても、以下のように言及され始めている。

*小学校の場合は、図形の包摂関係が一般的な理解になることは困難であろう。中学校で論証がはじまる前に、この特殊・一般の関係が確実なものになればよい。中学校の発展への素地として、事実に即した経験を豊かにしておけばよい (⑤) と考える。*

#### 4.3 「数学教育現代化期」

その後、20世紀初頭の数学教育改良運動とともに、世界的規模で「数学教育の現代化運動」が広がりを見せた。「現代化」とは、数学自体の発展、技術革新に伴う産業構造の変化とそこにおける数学の役割の重要性の増大などに対し、学校数学の内容と方法を新たなものにして対応しようとする数学教育改革の動きの総称(清水, 1999)であり、数学教育が時代の変化への対応を求められていた。

そんな中で、数学教育では論理的思考力の育成がひと際要請されることになる。数学的な見方や考え方の指導のために、数学のもつ論理性そのものを指導の対象にしようという機運が高まり、集合の考えがその中心の1つに据えられた。集合の考えは、抽象的、論理的な思考と密接に関連するものであると同時に、集合に着目して考えることを通して、筋道を立てて考え、統合的、発展的に考察し、処理する能力や態度が育てられると考えられ、重要視されたのである。

これに伴って、図形の包摂関係の学習にも光が当たることになる。図形を相互に関係づけてみることは、図形概念の形成、発展につながっていくため、数学教育現代化の頃に特に小学校を中心に多くの実践研究が行われた(岡崎,

1999)。

以下では、当時の文献の中から川口(1971)をもとにして、指導の意図について考察する。

##### 4.3.1 川口延の考え

集合関係で概念をとらえていくに当たっては、概念の範囲をはっきりさせるために、概念相互の論理的な関係を考察する必要があり、これが集合の重要な意味の1つになってくる。その活動を引き出す教材として、図形概念の包摂関係に焦点が当てられたわけである。川口ほか(1971)では、その重要性が以下のように述べている。

*たとえば、正方形という概念が長方形という概念に包まれることなどを集合の考えに立って明らかにすることである。このように、一方を他方に論理的に統合して考えるような見方は、数学における考え方として重要なことである (⑥) …*

(中略)

*…各概念を集合の上立って理解することは、その条件としていることを明確にしてかかることであって、きわめてたいせつなことである。*

この指摘からは、系統学習時代に強調された特殊・一般の関係の重視に加え、数学的な考え方の中でも統合的な考え方の育成の観点から述べられるようになり、より一層その位置付けが明確にされたと解釈することができる。

#### 4.4 取り扱い方の変遷についての考察

このように、以上の3つの時期において教育課程編成の原理が変化したとともに、図形の包摂関係の取り扱い方にも大きな変化が生じている。

そこで、特に①～⑥の記述に着目しながら、何がどのように変化したのかについて整理する。

まず「生活単元学習期」においては、①や②にあるように、小学校段階においては各々を別々の図形として取り扱う意図が明確である。それは、児童が包摂関係を理解する難しさがあることに加えて、児童にとっての必要感という観点が強調されている。ただ当時の教育では、必ずしも数学としての系統性、すなわちその知識がどういった範囲で通用するものであるか、といった点が十分に意識されていなかったこと、中学での学びとの関連が見られないことには留意する必要がある。

その後「系統学習期」において、図形の包摂関係の指導に光が当てられるようになる。図形相互の関連を考察する内容に関する言及として、③には図形に対する児童・生徒の認識の変容が、④には指導の具体化に向けた方針が書かれており、⑤においては、図形の包摂関係の素地となる経験を位置付けることが示されている。このように、「生活単元学習期」から取り扱い方を一変させていることがわかる。

このような方針は、「数学教育現代化期」においてさらに強化されたと解釈できる。⑥によって、統合的な考え方を育成する典型的な題材としての位置付けとして重要視されたことがその理由であると読み取ることができる。

このような変遷を中島（1981）は、別の図形として考えさせることについても1つの見識であると認めながらも、かつては「むずかしい」として避けたことに対して、むしろ、数学的な考え方の育成の上でも重要な機会として積極的に取り上げたことにもあたっていると特徴づけている。これらより、数学的な考え方の育成が

大きな目標の一つとして位置付けられたことに伴って、明らかに図形の包摂関係の指導に対する捉え方が変わり、その充実が望まれたことがわかる。

## 5. 示唆されるいくつかの論点

以上の考察に対してやや理念的に述べれば、本稿で考察した3つの時期における理念や立場を統合するような指導のあり方を探っていく必要があると考える。取り扱い方の変化で生じた一長一短を見極めながら、各々のよさを織り込んだ指導のあり方を探っていかなければならない。

過去の3つの時期の取り扱い方から示唆される、今日においても検討すべき論点について、以下の3点を指摘する。

1点目は、基本図形の概念規定のあり方についてである。「生活単元学習期」に行われたような図形の排他的な扱いが、「系統学習期」以降の包摂的な扱いが、という二者択一ではなく、両方で試みられたことのよさを生かすとしたらどういった指導系列になるか、といった点が、今後の検討課題に位置付けてくる。

2点目は、図形の包摂関係の指導とスパイラルによる算数・数学科指導との整合性についてである。現在行われている指導の大枠の方針としては、小学校での各々の学年において、図形を構成する要素に次々と焦点を当てていき、新たな見方を獲得しながら多面的な理解を深めることにより、図形を包摂関係として捉える素地を養おうとしていると言える。例えば「系統学習期」における③・④・⑤といった辺りからも、その意図が感じられる。そのように一貫した指導を行うことにより、中学校において図形の包



摂関係を導入するときの必然性を保証しようとしていると解釈してよいだろう。一方で、図形を相互に関係づけてみる見方を豊富に経験することが、図形の包摂関係の理解に直接寄与することについては疑問が残る。その知識獲得過程を、池田（2008）の述べる、累積的な知識獲得（これまで獲得した数学的知識を総動員して用いることで解決可能な問題場面を広げていく活動）と革命的な知識獲得（これまで獲得していた数学的知識が根底から覆され拡張されたり統合されたりしていく活動）といった数学的活動の2つの側面から捉えると、これらの過程は前者の積み重ねによる指導が考えられていると捉えられる。しかしながら、果たしてそれだけで十分であろうか。明らかに捉え方を変えていく必要がある内容の場合には、前者ばかりでなく後者がどこかに位置付けてこそ、真の理解が得られるように思われる。今後は、後者の視点からも指導の枠組みを検討していく必要があり、また素地を培うために位置付けた指導が本当に素地たり得ているかどうかについて、検討しなければならないだろう。

3点目は、図形の包摂関係そのもののよさに焦点を当てる指導のあり方についてである。「系統学習期」及び「数学教育現代化期」で強調されていたのは「図形の包摂関係の指導を通した考え方の指導」であり、一方法としての位置付けに重点が置かれていた。その一方で、題材そのものの持つよさに焦点が当たる指導、すなわち「包摂関係があることを既成の事実として知る」のではなく、何らかの目的のもと「排他的に見るよりも包摂関係で捉えた方が便利だ」といったような判断を伴う場面を設定しようという指導意図については、特に表れていなかった。今後は、「包摂関係を知ることで何がよいか」と

いった点にもさらに目を向けた研究が必要である。見方・考え方の育成に意識が偏重するあまり、図形を包摂関係として捉える、学習者にとっての必然性や必要感が疎かにならないようにしたい。

本稿では、小中接続を視点としながら、「生活単元学習期」「系統学習期」「数学教育現代化期」の3つの時期における図形の包摂関係の取り扱いの変化に焦点を当てて考察を進めた。

その結果、上記の3点を、今後検討を進めるべき論点として抽出した。これら3つの視点をもとにして枠組みの構築を進め、ひいては具体的な指導系列の考案や教材開発につなげていくことが今後の課題である。

#### 註

- 1) 本稿においては便宜上、平行四辺形、ひし形、長方形、正方形の4つの図形を指すこととする。
- 2) 下記の期間は、小学校の学習指導要領の施行時期を参考しているため、中学校に関しては多少異なっている。

#### 参考・引用文献

- 中央教育審議会答申（2008）,「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善に向けて」, 文部科学省。
- Heiberg, J.L 編（1971）,『ユークリッド原論』, 中村幸四郎訳, 共立出版。
- 池田敏和（2008）,「数学的活動を再考する：その性格と意図」, 日本数学教育学会誌 90(9)。
- 川口延（1971）,『集合の考えの指導』, 文部省編, 大日本図書。
- 蒔苗直道（2012）,「昭和24年の文部省著作教科書『中学生の数学』における「住宅」の単元の再評価：『Everyday Junior Mathematics』との比較を視点に」, 日本数学教育学会誌, 数学教育論究, Vol.96, pp. 19-36。
- 両角達男（2011）,「スパイラルによる中高連携を重視した数学的活動」, 日本数学教育学会誌 93(11)。
- 鍋島信太郎・戸田清（1957）,『算数教材研究講座第3

- 卷』。金子書房。
- 長崎栄三 (1999). 『数学科教育 中学・高校』。杉山吉茂・澤田利夫・橋本吉彦・町田彰一郎編。学文社。
- 中原忠男 (1995). 『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』。聖文社。p.292.
- 中島健三 (1981). 『算数・数学教育と数学的な考え方』。金子書房。
- 岡崎正和 (1999). 「図形を定義する活動の位置づけに関する基礎的考察：図形の相互関係の理解に関する調査と関連して」。全国数学教育学会誌。数学教育学研究 5.
- 清水美憲 (1999). 『数学科教育 中学・高校』。杉山吉茂・澤田利夫・橋本吉彦・町田彰一郎編。学文社。p.73.
- 戸田清・和田義信 (1961). 『算数指導実例講座第5巻 図形の指導』。金子書房。
- 山口武志 (2008). 「知識基盤社会において求められる学力と新教育課程：新しい数学科学習指導要領の検討」。日本数学教育学会誌 90(5).