# 小学校算数科における角の導入段階の学習指導に関する研究

## ――「図形としての角」に焦点を当てた調査を通して ――

小 泉 健 輔・谷　　竜 太

# A Study about Teaching Method about the Introduction of Concept of Angle in elementary school

Kensuke Koizumi・Ryuta Tani

高崎健康福祉大学紀要　第17号　別刷

2018 年 3 月

# 小学校算数科における角の導入段階の学習指導に関する研究
## ――「図形としての角」に焦点を当てた調査を通して ――

小 泉 健 輔・谷　竜 太[1]

（受理日　2017 年 9 月 29 日，受稿日　2017 年 12 月 21 日）

# A Study about Teaching Method about the Introduction of Concept of Angle in elementary school

Kensuke KOIZUMI・Ryuta TANI[1]

（Received Sept. 29, 2017, Accepted Dec. 21, 2017）

## １．研究の背景

小学校算数科において角の内容を対象とした学習指導は，3 年生から 4 年生に位置付けられている．本稿では，3 年生の学習終了時の児童の実態を事例的に調査することにより，現行の学習指導要領を前提とした立場から，3 年生の段階で行っておくべき活動について明確にするとともに，3 年生から 4 年生への接続をよりよくするための基礎的な資料を示すことを意図している．

算数科においては，大きく図 1 に示すような 4 通りの角が学習対象となる．そして，代表的なものとしては，180° を超えたとき，すなわち分度器の測定範囲を上回る大きさの角が出てきたときに，どのように大きさを測ればよいのかがわからず，児童が困難を感じるであろうということが想定される．そこでは分度器を用いた角度の測定に着目されている．

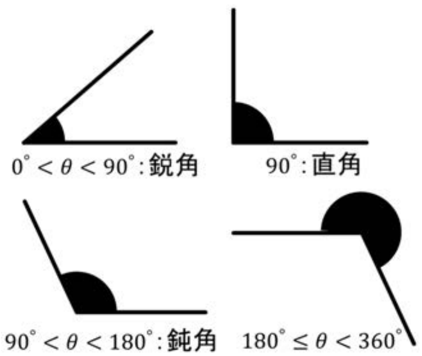


図１　算数科で学習の対象となる角

しかしながら，角の大きさにあたる量に着目し抽出するための学習指導が十分になされていない可能性にも着目をしていく必要がある[1)]．後述するように，児童が角の捉え方を誤る特徴を見ると，導入段階の指導を問い直す必要のあることが示唆されるからである．Inskeep（1976）が,「量と測定」の指導における教師の役割の 1

1）南丹市立園部小学校

つは児童が測定可能な属性に気付けるように助けることにある，と述べているように，初期の段階の指導がどうあるべきかにもっと焦点を当てていく必要がある[2)].

現在の指導系列では，3年では角を図形的に，4年では量的に，といった流れで行われているが，あくまでも3年での内容は4年に向けた準備的な要素が強く，角を図形的に扱うときの学習の目標や内容が曖昧である.また,児童にとっての目的意識が何故前者から後者へと移るのか，その移行についても検討が必要である．さらには，角を図形的に取り扱う段階で，児童が角をどのように捉えているのか，その思考の様相についても必ずしも明らかでない.

このように，小学校算数科における角の学習指導に関する先行研究においては，そのほとんどが角を量として測定する段階に主眼が置かれ,「図形としての角」の学習指導のあり方についてはほとんど言及されてきていないという現状がある[3)]．少なくとも，現在組まれている流れのもとで，現在進行中の学校教育における指導改善を考えるという立場で考えるのならば,「図形としての角」も含めて導入の段階のあり方を検討することが不可欠である.

## 2．研究の目的と方法

本稿の目的は，小学校算数科における角の学習指導について,「図形としての角」に焦点を当てて考察することにより，導入段階の指導への示唆を得ることである.

そしてそれにより,「図形としての角」と「量としての角」とを関連付けた指導の方向性を示す基礎的な資料を提供することを意図している.

具体的には，以下の3点により段階的に進める.

⑴　先行研究をもとにして，角の導入段階における学習指導上の困難点，および重点的に検討していくべき点について示す.

⑵　該当学年における角の学習を終えた小学校3年生を対象として，角に対する捉え方について，特に「図形としての角」に焦点を当てた調査を作成・実施する.

⑶　⑵において児童の思考の傾向を明らかにすることを通して，角の導入段階の指導改善の方向性として得られる示唆について考察する.

## 3．算数科における角の導入段階の学習指導を捉える枠組み

### 3.1　角についての「図形」と「量」との区別

算数・数学において“角”という用語が指す意味の解釈としては，大きく「図形の構成要素の1つとして」という面と,「量として」という面の2通りに分けられる．本稿では，図1に示すような角を，図形として捉える場合を「図形としての角」，量として捉える場合を「量としての角」と呼ぶことにする.

「図形としての角」とは，角を図形の構成要素の1つとして捉える場合を指し,教科書では,「1つの点から出ている2本の直線が作る形」といったように説明されている[4)]．つまり，角の意味の一側面である「共通する端点を持つ2本の半直線の結合が作りだす図形」[5, 6)]を角と捉える見方である.

「量としての角」とは，角の大きさにあたる属性を抽出し，量としてみる場合を指す．その場合，角の大きさにあたる属性とは何なのかが

問題となり，その角が生じる文脈や学習者の見方によって，さらなる区別が必要となる．

また，角の見方が動的か静的か，といった観点による区別がある．動的な回転の文脈で「1点を通る2本の半直線の，一方による回転の量[7]」として捉える場合もあれば，静的な図として「2平面の交わりによる交線同士の開き具合[8]」として捉える場合もあるということである．これらは，どのように使い分けられるのだろうか．

例えば，ピザのスライスを考えるような場合には動的に捉える必要はなく，むしろ静的に図形の分割として分割分数の考え方をもとにして角度を考えた方が便利である．一方で，静的な見方だけをしている分には，360°を超える角を考えようとする発想は決して生まれてこないが，動的に捉えることにより，540°や720°といった角度の解釈が可能となり，角に対する考え方の拡張をもたらすことになる．

以上の区別をまとめると表1のようになる．

**表1 「図形」と「量」とを視点とした区別**

| 捉え方 | | 意味 |
|---|---|---|
| 図形 | | 共通する端点を持つ2本の半直線の結合が作りだす図形 |
| 量 | 動的 | 1点を通る2本の半直線の，一方による回転の量 |
| | 静的 | 2平面の交わりによる交線同士の開き具合 |

なお本稿では，「図形としての角」については，静的か動的かといった区別は行わなかった．その理由としては，「図形としての角」について両者を区別して捉えている先行研究が見当たらなかったことに加え，実際の学習活動として「図形としての角」を動的に捉える場面は教科書ベースでは含まれていないことから，実際的な観点により考察の対象外とした．

このように，この観点による区別だけでも，角が多義的であることがわかる．Mitchelmore & White（1995）は，学習者が，角が生じる複数の異なる場面を関連付け，それらの類似点を認識することで，次第に抽象的な角の概念がつくられることを強調している[9]．すなわち，学習者は角には目的や文脈に応じた様々な捉え方があることを知り，それらを統合する必要があること，また複数の捉え方を場面に応じて使い分ける必要があると言える．

### 3.2 算数科における内容の配列と「導入段階」の捉え方

#### 3.2.1 算数科における内容の配列

角は，学校数学では次のように系統的に指導される．

まず，身の回りにあるものの形を図形として抽象化し，その構成要素の一つである「かど」の形に目をつける．ここでは，まずは特殊な形である直角を捉えることから始め，直角でない角（実際には90°よりも小さい角から扱う）についても「かど」の形として認めていく．

続いて，その「かど」の形を量として捉え，角の大きさについて考察する．この角は，半直線の開き具合（静的な見方），また回転の軌跡として（動的な見方）の両面から考察がなされる．そして，直接比較，間接比較を通した複数の角の大小比較から，角の大きさを数値化する流れがあり，度数法による普遍単位が導入され，角の大きさが計量的に把握される．

その後，動的な見方によって，角は図形的に平面上に存在するものから，連続的な値を取る変量としての見方へと広げることにより，一般角へと考察の対象が拡張される．

これらのうち，算数科における学習の範囲に

限定すると，算数科における角の学習指導の段階は以下の表 2 に示した 3 通りにより大まかな流れを捉えることができる.

**表２　算数科における角の学習指導の３段階**

| 段階 | 学習内容および対象 |
|---|---|
| Ⅰ | 「図形としての角」 |
| Ⅱ | 「量としての角」（数値化前） |
| Ⅲ | 「量としての角」（数値化後） |

なお，角の大きさの計量にあたっては，度数法と弧度法の 2 通りがある．ただ今回は，現在の小学校段階での指導対象が度数法のみであることから，角の測定の仕方とそれに伴う数値化の方法の違いについては考察の対象には含めないこととする.

### 3.2.2　本稿における「導入段階」の捉え方

そして，3.2.1 でまとめた区別のうち，本稿においては，学習者が「角の大きさとは何か」を「知覚」することが重要であると考える立場から，児童が「角の大きさとは何かをつかむ」までを「導入段階」と考えたい．すなわち，表 2 のⅠからⅡまでを算数科の学習全体の中における「導入段階」と捉えることにする.

また，ⅡおよびⅢで「量としての角」について考えている場合の，それが静的な見方か動的な見方かについては，今回は特に言及しないこととしたい．我が国の指導では一般的には「静から動へ」といった流れがあるが，本来はこれとは異なる立場（すなわち，動的な見方から角を導入する方法）も考えられるため，その指導順序は一意に規定できないためである．本稿では，ある角とある角の比較において，その大小関係のみが考察の対象（Ⅱ）なのか，それとも角度として比べることまでが考察の対象（Ⅲ）なのかによって線引きをしていくこととする.

### 3.3　角の導入段階に関わる先行研究

先述したように，角の導入段階の学習指導を直接的に対象として行われた研究はあまり多くはない．ただ，導入段階について検討する上で考慮に入れておくべき点も含めて，以下 3 点に焦点を当てて検討することとする.

### 3.3.1　角という量の持つ特質

Osborne（1976）は，角の定義とその測定が歴史的に生み出されてきた過程に着目し，長さ，広さ，かさといった量の測定のアプローチは，子どもにとって論理的で自然であるように思われるのに対して，角に対する指導のアプローチにはどうしても恣意性が入り込みがちになると指摘している[10]．つまり，長さや広さの学習においては，“長い”，“広い” といった感覚は既有の経験として誰もが自ずと持っており，どちらが長いか短いか，どちらが広いか狭いか，といった根本的な量感については問い返すことなく学習を進めることができ，数値化の方法について考えることが中心的な学習課題となる．ところが，角の大きさの場合には，無条件での共有は難しいものと考えられる.

その理由の 1 つが，量の次元という観点である．量の次元からみると，長さの比で捉えられる角の大きさは，次元をもたない 0 次元の量である[11]．すなわち，平面上に角がつくられたと仮定すると，「図形としての角」は 2 次元であり，視覚的に捉えることが可能であるのに対して，「量としての角」は，2 辺の共有点におけるそれらの相対的位置関係の度合いである．割合で規定されている角の大きさは 0 次元の量であることから，「図形としての角」からその大きさへ

着眼点を転移するためには他の量の学習にはない障壁を乗り越えることが必須であると指摘されてきている[12]．

#### 3.3.2　角の捉え方についての子どもの実態

先行研究においては，角の学習上の困難性が数多く示されてきている．

まず，日常的な経験の中で，角に出会う機会があまりない[13]ことが指摘されている．Mitchelmore（1989）は，認知的な観点から，角は図形の性質において目立たない（not salient）存在である可能性を指摘する[14]．例えば子どもが図1のような角をかくときに「角をかいている」のか「全体的な形としてかいている」のかはわからず，あくまでも辺を見ているのであって角を見ているのではないかもしれない，というのである．言い換えれば，そこに確かに角が存在していたとしても，角を意識して物事を考えたり，角を活用して問題を解決したりするような場面がなければ，児童にとって角は捉えられていないということになる．

このような面の影響が，子どもの実態として調査結果にも表れている．児童が角の大小を判断するとき，角の大きさとは本来関係のない，“角をはさむ辺の長さ”や“角を示す扇形の広さ”といった，他の構成要素に引っ張られる傾向があることが，典型的な誤りとして知られている[15]．つまり，示され方の違いによって，図2における角$a$よりも角$b$の方が大きいと答えたり，角$c$よりも角$d$の方が大きいと答えたりする傾向にある．すなわち，これらの結果から，角の大きさとは何なのかを把握する，導入の段階の重要性が示唆される．

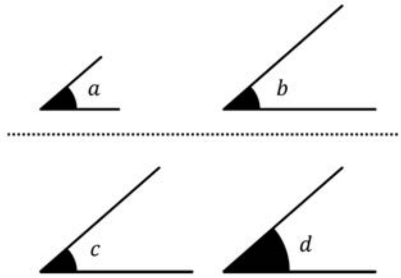

図2　典型的な誤りの例

#### 3.3.3 「導入段階」を重視する必要性

Inskeep（1976）は，量と測定に関わる学習指導全般を念頭において，測定の学習過程は導入が肝心であることを強調している[16]．測定の学習過程は「知覚（perception）」から「比較（comparison）」へ，そして「適用（application）」へと進んでいくとし，何が測られるかの「知覚」が重要であると述べている．そして，温度の場合を例として挙げつつ，「それに対する感覚，および測定するものに対する認識を深めずに温度計上の印について説明することは，目盛りを読むドリルをしているだけである．」[17]と「適用」ばかりに傾倒した指導を批判している．

このような指摘は，3.3.1，3.3.2で述べた点から見ても，角についての学習指導の改善の視点としても非常に示唆的である．

### 3.4　学習指導要領の立場とその課題

次に，どういった枠組みのもとで学習指導が組まれているのかを明らかにするために，学習指導要領における考え方を整理する．

現行の学習指導要領（平成20年公示）においては，角の内容は第3学年においては図形領域に，第4学年においては量と測定領域に位置付けられている．すなわち，まずは図形として角を取り扱い，次に量として取り扱うという考

え方に基づいていることが見出される．

そして，小学校学習指導要領解説算数編には，以下のような記述がある．

> 第3学年C図形　C⑴ イ　角
> 「第2学年では，直角について指導している．第3学年では，一つの頂点から出る2本の辺が作る形を角ということを指導する．二つの角を重ねることによって，角の大きさを比べることができるようにする．…（中略)…なお，角の大きさの単位と測定については，第4学年で指導する．」[18)]

> 第4学年C図形　B⑵　角の大きさ
> 「第2学年で直角の形を指導し，また第3学年では，二等辺三角形などにかかわって，角の大きさが同じであることに着目している．
> 第4学年では，角の大きさを回転の大きさとしてとらえ，それを測定する単位として「度（°）を用いることを指導する．」[19)]

表2の考え方を用いてこれを解釈すると，3年ではⅠからⅡにかけた内容を，4年ではⅡからⅢにかけた内容をスパイラルに取り扱う意図が見える．ただ，少なくとも以下の2点が検討すべき課題として指摘できる．

第一に，3年の学習において，「図形としての角」を対象とした学習活動のあり方がほとんど示されていないという点である．初めに「角は『形』である」と定義しているものの，すぐに「角の『大きさ』（すなわち量)」へと話が移っており，このことにより，「『形』の『大きさ』」を考える，といったような誤解を引き起こしやすい状況を作りだしている可能性がある．

第二に，第3学年でⅠからⅡへ，といった流れがあるものの，各々の取り扱いが断片的であり，いかにして両者が移行されるのかといった点が明示的でないという点である．「図形としての角」の段階の取り扱い方を明確にする必要があるとともに，その後の量としての角の段階への移行についても検討が必要である．

### 3.5 「図形としての角」を対象とした学習活動の捉え

では，「図形としての角」を対象とした場合の具体的な学習活動をどのように捉え，何をねらいとしていくべきかについて検討する．

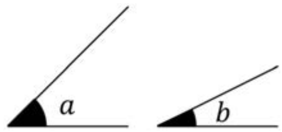


図3　2つの角を比較する

例えば，図3のような角 $a$，角 $b$ があったとする．このとき，これらをもし図形的に捉えたとすると，「形が異なる角である」といった表現になる．そして，もし量として捉えたとすると，「大きさは異なる」，または「角 $a$ は角 $b$ より大きい」といった表現になる．このように，あくまでも「図形としての角」として捉えている分には，そもそも大小判断の問われない捉え方であることがわかる．

そのように考えたときに，この段階における児童の学習活動を規定することとして，以下の2点を明確にしておく必要がある．

第一に，角を図形として捉えた場合には，あくまでも角の異同が考察の対象になるということである．つまり，図形として角を捉える，といったときには，あくまでも角としての異同を

考えることが妥当であり，角の大きさについては考察の対象外であると理解すべきではないか，ということである．これは，直角を初めて学習するときにはそれが 90° という量を持つことには言及せずに，あくまでも形として考えていることと同様の考え方である．

第二に，角の異同を判別する際の具体的な活動について考える．通常，二つの図形の異同を判断する際には，素朴には重ね合わせによって判断されることになる．すなわち,「一方の図形を動かして，他方の図形にぴったり重ね合わせることができる」[20] かどうかによって判断されるものである．したがって角の場合も同様に，図形としてその異同を調べようとする場合には，まずは重ね合わせによって「ぴったり重なる」状態かどうかが判断基準となる．

## 4．「図形としての角」に焦点を当てた調査

児童の思考の様相についても，先行研究において言及されてきたのは，角の大小判断，すなわち「量としての角」についてが中心であり,「図形としての角」を児童がどのように捉えているかについては，十分に議論されてこなかった．「図形としての角」にも焦点を当てて，児童の思考の傾向をつかむことができれば，指導への有効な示唆を得られるものと考える．

### 4.1　リサーチ・クエスチョン

本調査では，主として以下の 2 つの問いに対するアプローチを意図している．

RQ1. “長さ”や“広さ”といった要素は,「図形としての角」に対する捉え方にも影響を及ぼすか．

RQ2. 角を図形的に捉えたとき，同じ角であることの判断が容易にできる場合，反対に困難な場合はどういったときか．

RQ1 は，角の大きさには関係のない構成要素が児童の大小判断に影響を与えている場合に，それが図形的な同異の判断にも影響を与えているのか否かを考察することを目指している．

RQ2 は，どのような角を同じとして認めるかが角を図形的に捉えるときに重要と考えたことから引き出された．そこで，第 3 学年での学習活動が，実際には三角定規を用いて行われたことから，児童にとって馴染みのある 2 枚の三角定規（一方が 30°，60°，90° の三角形，他方が 45°，45°，90° の三角形）に含まれる角を対象として, 2 つの角が「図形的に等しい」場合を，図 4 の 3 通りに区別した．①は三角形同士が合同の場合，②は三角形同士が相似の場合，③は直角同士の場合である．これら 3 通りで，判断に差異が生じるか否かを考察することがねらいである．

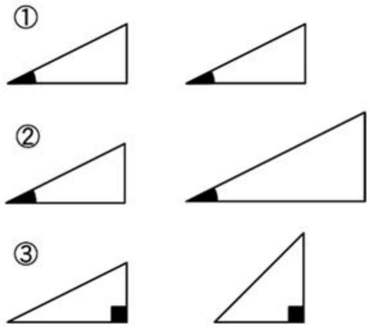


図 4　図形的に等しい角

### 4.2　調査の方法

#### 4.2.1　調査問題の作成

今回の調査においては,「図形としての角」を

児童がどのように見ているかを，調査によっていかにして見極めるかが方法上の要点となる．

そこで，本調査によって上記の 2 つの問いを明らかにするために，以下の 3 つの手立てをもとに，調査問題，および実施の方法を決定した．

第一に,「図形としての角」の捉え方を明らかにするために，角と角との重ね合わせを具体的な活動として，異同を判別する際の基準に用いたことである．これは，通常 2 つの図形の同異を判断する際には，素朴には重ね合わせによって判断され，一方の図形を動かして，他方の図形にぴったり重ね合わせることができるかどうかが基準となることによるものである．また，図形的に等しいという意味が児童に通じるようにするために，問題文には「ぴったり重なる」という表現を用いた．

第二に，三角定規と相似の三角形を調査問題に使用したことである．第 3 学年における角の大きさを比べる活動では，三角定規を比べる活動をしており，これらの三角形は同学年以前より学習に用いていたことから馴染みやすいと判断し，調査問題に使用することにした．

第三に，具体物を配布し，手元での操作を根拠とした判断を問う設定としたことである．これは，重ね合わせということ自体がそもそも実物を要する行為であるとともに，同単元の学習において実物を折ったり，重ねたりしながら，実際の授業が進められたためである．

#### 4.2.2 調査の対象と実施日時

本調査は，調査 1 と調査 2 の 2 回に分けて以下のとおり実施した．2 回に分けた理由は後述する倫理的配慮によるものであり，すでに角の単元の学習終了時からかなりの時間が経過しており，2 回の調査の間が空くことによる影響は受けないと判断した．

ともに算数科の授業時間を利用して行われ，算数科の授業としては調査 1 の日と調査 2 の日の 2 回が連続している．解答時間は，各々約 20 分であった．

対象：京都府の公立小学校（1 校）
　　　第 3 学年 26 名
日時：調査 1：平成 26 年 3 月 14 日（金）
　　　調査 2：平成 26 年 3 月 19 日（水）
形式：選択式及び自由記述式

#### 4.2.3 調査の内容

調査 1・2 ともに，問題 A と問題 B のセットから成る問題を 3 問ずつ出題した．各々の問題は（Ⅰ)・(Ⅱ）の部分だけが異なり，以下の表 4 のように組み合わせて出題した．

すなわち，調査 1 では，アとイについて，次にウとエについて，そしてアとウについてを各問題 A・B によって問い，計 6 問出題したことになる．なお,（Ⅰ)・(Ⅱ）の部分は，本稿の紙面上の表現であり，実際の調査問題には，表 4 に示した組み合わせで，各々の問題に沿った名前が示されている．

また，問題 B では各々，理由を書く欄も設けた．

これらは調査 2 についても同様である．

配布した三角形はそれぞれ次の 3 種類であり，いずれも三角定規の相似形である．なお，調査 1 の 1 つ目の三角形と 2 つ目の三角形の底辺の長さは等しくしてある．また調査 2 では，調査 1 と同様の 3 種類を初めに配布した上で，対象児童が「角オの書き込み」,「角カの書き込み」,「真ん中の三角形を図のように切る」の 3 つの

操作を自ら行い，設定を少し追加，変更した．

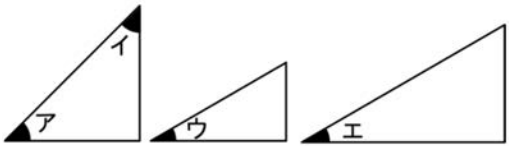


図５　調査１で配布した三角形

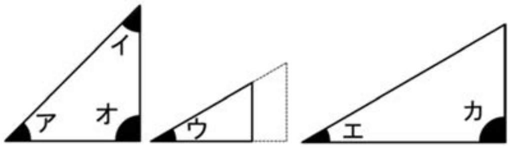


図６　調査２で配布した三角形

**表３　調査１・調査２の問題文**

配られた３つの三角形は，どれもみなさんの三角じょうぎを小さくした形です．３つの三角形をおったり重ねたりしながら，次の問題について考えましょう．

(問題 A)

**（Ⅰ）の角と（Ⅱ）の角は，ぴったり重なりますか．**当てはまるものに○をつけましょう．

① 重なる
② 重ならない

(問題 B)

**（Ⅰ）と（Ⅱ）の角の大きさ**をくらべて，当てはまるものに○をつけましょう．

また，そのように考えた理由を書きましょう．

① アが大きい．
② イが大きい．
③ どちらも同じ大きさ．

**表４　問題ごとの組み合わせ一覧**

| 調査 | 問題 | （Ⅰ） | （Ⅱ） |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | ア | イ |
|  | 2 | ウ | エ |
|  | 3 | ア | ウ |
| 2 | 1 | ア | ウ |
|  | 2 | ア | エ |
|  | 3 | オ | カ |

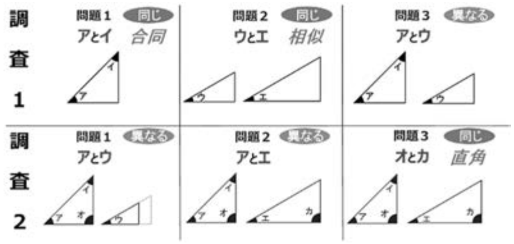


図７　表４について

### 4.2.4　倫理的配慮

対象児童には，調査実施前に調査の趣旨を伝えた上で，算数科の成績等には一切影響がないこと，研究上の目的以外には使用しないことを口頭で説明し，調査への協力を依頼した．

また，対象児童の負担の軽減や平素の教育活動への影響を極力少なくすることを考慮に入れて，実施回数や実施時期の選定を行った．

## 4.3　調査の結果と考察

### 4.3.1　調査の結果

調査の結果について，まず，選択式の部分について結果を以下に示す．

**表５　調査１の結果（選択式）**

アとイの角（三角形同士が合同）

| 問題 A | 人数 |
|---|---|
| **①** | 26 |
| ② | 0 |

| 問題 B | 人数 |
|---|---|
| ① | 0 |
| ② | 0 |
| **③** | 26 |

ウとエの角（三角形同士が相似）

| 問題 A | 人数 |
|---|---|
| **①** | 10 |
| ② | 16 |

| 問題 B | 人数 |
|---|---|
| ① | 1 |
| ② | 21 |
| **③** | 4 |

アとウの角（調査 1）

| 問題 A | 人数 |
|---|---|
| ① | 8 |
| **②** | 18 |

| 問題 B | 人数 |
|---|---|
| **①** | 17 |
| ② | 1 |
| ③ | 8 |

※正答**太字**

表6　調査2の結果（選択式）

アとウの角（調査2）

| 問題A | 人数 |
|---|---|
| ① | 7 |
| **②** | 19 |

| 問題B | 人数 |
|---|---|
| **①** | 19 |
| ② | 2 |
| ③ | 5 |

アとエの角

| 問題A | 人数 |
|---|---|
| ① | 4 |
| **②** | 22 |

| 問題B | 人数 |
|---|---|
| **①** | 9 |
| ② | 14 |
| ③ | 3 |

オとカの角（直角同士）

| 問題A | 人数 |
|---|---|
| **①** | 22 |
| ② | 4 |

| 問題B | 人数 |
|---|---|
| ① | 5 |
| ② | 0 |
| **③** | 21 |

※正答**太字**

上記の結果より,「ぴったり重なる」問題については，まず，アとイの角の問題Aでは，全員の解答が正答であることが確認できる．すなわち，三角形同士が合同の場合の角の重ね合わせにおいては，全員が等しさを認めている．

また，直角同士を重ねるオとカの問題においても，概ね等しさを認めている結果が確認できる．

その一方で，ウとエの角の組み合わせでは，問題Aにおいて誤答が正答を上回っている．さらに問題Bについては，調査1における正答を$\chi$二乗検定により分析すると，対象とした児童数が少ないとは言え，その正答は有意に低い（$\chi^2$＝15.63，p＜.01）．

異なる角の問題については，アとエの角の場合に図形的な捉えと量的な捉えとの間に不一致がある傾向は確認できるものの，目立った特徴は確認できない．

#### 4.3.2　考察

全6通りの組み合わせの結果について,「図形としての角」の認識について知るために，各々の問題Aの結果, 並びに問題Bの判断理由（自由記述）の2点に着目して分析・考察を行った．

> RQ1．“長さ”や“広さ”といった要素は,「図形としての角」に対する捉え方にも影響を及ぼすか．

まず，RQ1に対しては，調査1のアとウ，調査2のアとウ，アとエの問題Aの結果より，影響を及ぼしている可能性は指摘できるものの，本調査からは明らかな傾向は表れなかった．

> RQ2．角を図形的に捉えたとき，同じ角であることの判断が容易にできる場合，反対に困難な場合はどういったときか．

次に，RQ2に対しては，比較対象の角を含む三角形同士が合同の場合に加えて，直角同士を重ね合わせる場合についても，同じ角であることの判断が容易にできる傾向にあることが示唆された．その一方で，相似な三角形を重ね合わせたときの等しい角の判断については,「重ならない」と判断する傾向が顕著に見られた．

以下では，直角同士を重ねるオとカの問題，相似な三角形を重ね合わせるウとエの問題における，児童の判断の差異の背景についての考察を試みる（図8）．

そこで，オとカの問題Aが正答かつウとエの問題Aが誤答，すなわち直角の場合には「ぴったり重なる」と判断するが，相似の三角形同士の場合には「ぴったり重なる」と判断しなかった児童13名を抽出し，問題Bの理由の

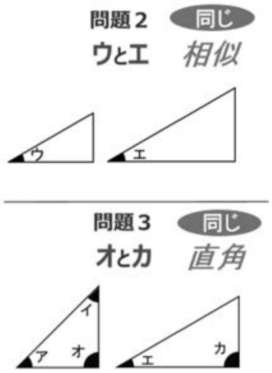


図８　相似な三角形の重ね合わせと直角同士の重ね合わせ

記述に着目する．なお，これらの児童 13 名のうち 12 名については，オとカの問題 B についても正答である．

その結果，以下の記述が確認できた．

まず，うち 6 名が，直角の場合には「重ねたら合うから」,「比べてやってみたらどちらも同じだから」といった具合に,「ぴったり重なる」ことを根拠にして，角の大きさの等しさを理由付けしていた．また，3 名が「見た目」を根拠にして，直角の場合の等しさを説明していた．なお，これら 9 名はいずれも，相似な三角形を重ね合わせたときには,「重ねると違った」,「比べるとエが大きかったから」など，大きさが異なることは重ね合わせにより明らかであると述べていた．

これらより，どちらの場合も異なる形の三角形を重ね合わせる操作は共通であるにも関わらず，直角の場合には角のみを見て「ぴったり重なる」と判断しているのに対し，鋭角同士の場合には，角と角とが「ぴったり重なっている」ようには見えていないということがわかる．

## ５．角の導入段階の学習指導改善の方向性と今後の課題

調査の結果を受けて，角の導入段階の学習指導改善の方向性として示唆された点について以下に 3 点述べる．

第一に，調査結果からは，角の図形的な異同の段階から，角を「知覚」していない可能性が指摘できることから，角の大きさを捉えることだけでなく,その前段階である「図形としての角」を対象として,「知覚」できることをねらいとした活動が必要であることが示唆された．

第二には，それを受けて,「図形としての角」の理解を深めるために，角に着目して図形を重ね合わせる操作的な活動を豊富に行う必要のあることが示唆される．第 2 学年の直角の学習では,“直角をさがそう”といったように，重ね合わせによって，直角とそうでない角とを見分ける活動を豊富に取り扱っている. それに対して，第 3 学年の学習においては，二等辺三角形の底角を重ねて折る，といった操作以外では，ほとんど行われることがない．今回の調査からは，互いに合同な図形を重ねる場合には，角を見て重ねているわけではなく，角の異同を調べるための活動にはなっていない可能性が示唆される．そこで，例えば角以外の性質は異なる図形同士を豊富に重ね合わせるような活動を設定することにより，角のみに着目し，抽象化を促すような場面設定を意図的に行う必要がある．

第三に,「図形としての角」と「量としての角」とを関連付ける理念的な視点として，図形的に角を区別する活動を契機として，量としての見方が芽生えるようなプロセスが望まれる．すなわち，図形的に「同じ」か「違う」かといった問いを追求する中において, 異なる角とは,「何が,

どう違うのか」といった問いが引き出され，量としてのアイデアが自然と芽生えるようなプロセスをいかにつくるか，といった視点から検討する必要がある．

今回は調査対象児童の数から量的には十分でなく，事例的な例証には留まるものの，上記の1点目，2点目が示されたことが，本研究における新規性であると言える．

最後に，今後の課題としては，特に上記の第二，第三の点に焦点を当てて，実際の指導として具体化し，その有効性と課題を実践的に検証することである．

**参考・引用文献**


1）増田有紀．児童・生徒の角に関する学習上の困難点の特定：学校数学における角の学習指導の再構成に向けて．日本数学教育学会誌数学教育学論究．2010，92，pp.3-30.

2）Inskeep, J.E.Teaching Measurement to Elementary School Children. Thirty-eighth Yearbook: National Council of Teachers Mathematics. 1976, pp.60-86.

3）太田伸也．第5章教材論 §6図形の計量（面積・体積）．数学教育学ハンドブック．日本数学教育学会編．東洋館出版社．2010，pp.115-122.

4）例えば，一松信ほか．みんなと学ぶ小学校算数3年下．学校図書，2013，p.27.

5）Osborne, A.R. (1976). Mathematical Distinctions in the Teaching of Measure. Thirty-eighth Yearbook: National Council of Teachers Mathematics, 1976, pp.11-34.

6）Mitchelmore.M.C. & White. P.Development of the angle concept by abstraction from situated knowledge. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*. San Francisco, April 18-22, 1995.

7）前掲6）と同じ

8）Mitchelmore, M.C. The Development of Children's Concepts of Angle. Proceedings of the Annual Conference of the Internaional Group for the Psychology of Mathematics Education (13$^{th}$, Paris, France, July 9-13, ), Volume 2, 1989, pp.312-319.

9）前掲6）と同じ

10）前掲5）と同じ

11）高田誠二．単位と単位系．共立出版．1980，118p，ISBN9784320031531

12）増田有紀．小学校算数科における角指導の現状とその課題：第4学年の現行教科書の分析を通して．筑波大学大学院人間総合科学研究科学校教育学研究紀要．2009，2，119-138.

13）前掲2）と同じ

14）前掲8）と同じ

15）前掲1）と同じ

16）前掲2）と同じ

17）前掲2）と同じ，pp.61-62.

18）文部科学省．小学校学習指導要領解説算数編．東洋館出版社．2008，p.107.

19）前掲書18）と同じ，p.128.

20）日本数学教育学会編著．算数教育指導用語辞典第四版．教育出版．2009，p.142，ISBN9784316802640


なお本研究は，高崎健康福祉大学利益相反ポリシーのルールに則って行われている．